(107) Folgen:

**Was kannst Du alles prüfen,
wenn Du für eine gegebene Folge
eine Beschreibung finden sollst?**

(243) Folgen:

**Wie lauten die Grenzwertsätze
für Folgen?**

(244) Folgen:

**Wie lauten die Definitionen
für monotone Folgen?**

(245) Folgen:

**Wie lauten die Definitionen
für beschränkte Folgen?**

Es seien $(\mathbf{a_n})$ und $(\mathbf{b_n})$ konvergente Folgen.
Dann gilt:

Die Folge $(\mathbf{s_n})$ mit $\mathbf{s_n = a_n + b_n}$ ist konvergent mit

$$\lim_{\mathbf{n}\to\infty} \mathbf{s_n} = (\lim_{\mathbf{n}\to\infty} \mathbf{a_n}) + (\lim_{\mathbf{n}\to\infty} \mathbf{b_n})$$

Die Folge $(\mathbf{d_n})$ mit $\mathbf{d_n = a_n - b_n}$ ist konvergent mit

$$\lim_{\mathbf{n}\to\infty} \mathbf{d_n} = (\lim_{\mathbf{n}\to\infty} \mathbf{a_n}) - (\lim_{\mathbf{n}\to\infty} \mathbf{b_n})$$

Die Folge $(\mathbf{p_n})$ mit $\mathbf{p_n = a_n \cdot b_n}$ ist konvergent mit

$$\lim_{\mathbf{n}\to\infty} \mathbf{p_n} = (\lim_{\mathbf{n}\to\infty} \mathbf{a_n}) \cdot (\lim_{\mathbf{n}\to\infty} \mathbf{b_n})$$

Die Folge $(\mathbf{q_n})$ mit $\mathbf{q_n = a_n : b_n}$ ist konvergent mit (wenn $\mathbf{b_n \neq 0}$ und $\lim_{\mathbf{n}\to\infty} \mathbf{b_n \neq 0}$ ist)

$$\lim_{\mathbf{n}\to\infty} \mathbf{q_n} = (\lim_{\mathbf{n}\to\infty} \mathbf{a_n}) : (\lim_{\mathbf{n}\to\infty} \mathbf{b_n})$$

Für das Finden einer Beschreibung gibt es keine allgemeingültigen Regeln. Es bedarf einer gewissen Intuition und Kenntnis der Zahlen.

Manchmal lässt sich die explizite Beschreibung leichter finden, manchmal die rekursive.

Nicht alle Folgen lassen sich explizit beschreiben!

- Bilde die Differenzen von aufeinanderfolgenden Gliedern:
  - Ist die Differenz konstant, handelt es sich um eine arithmetische Folge.
  - Nimmt die Differenz immer um **2** zu, hat die Folge etwas mit Quadratzahlen zu tun.
- Bilde den Quotienten von aufeinanderfolgenden Gliedern:
  - Ist der Quotient konstant, handelt es sich um eine geometrische Folge.
- Tritt in einer rekursiven Beschreibung der Term $\mathbf{a_n}$ mehrmals auf, prüfe, ob Du $\mathbf{a_n}$ ausklammern kannst. So siehst Du vielleicht leichter die explizite Beschreibung.
- Schreibe bei gegebener rekursiver Formel ($\mathbf{a_{n+1}}$ =irgendein Ausdruck mit $\mathbf{a_n}$, Startglied sei $\mathbf{a_1}$) die ersten paar Glieder auf, z.B.
  $\mathbf{a_2}$ = irgendein Ausdruck mit $\mathbf{a_1}$
  $\mathbf{a_3}$ = irgendein Ausdruck mit $\mathbf{a_2}$ usw.
  Setze die rechte Seite der 1. Gleichung für $\mathbf{a_2}$ in die 2. Gleichung ein usw.
  Vereinfache den erhaltenen Term.
  Erkennst Du eine Gesetzmäßigkeit?

Wenn es bei einer Folge $(\mathbf{a_n})$ für jedes $\mathbf{n} \in \mathcal{N}$

eine Zahl	gibt mit,	so heißt die Folge
$\mathbf{S} \in \mathcal{R}$	$\mathbf{a_n \leq S}$	**nach oben beschränkt**
$\mathbf{s} \in \mathcal{R}$	$\mathbf{a_n \geq s}$	**nach unten beschränkt**

Die Zahl $\mathbf{s}$ nennt man eine untere und die Zahl $\mathbf{S}$ eine obere **Schranke** der Folge.

Eine Folge, die sowohl **nach oben** als auch **nach unten** beschränkt ist, nennt man eine **beschränkte Folge**. Hier gilt $\mathbf{s \leq a_n \leq S}$ für jedes $\mathbf{n} \in \mathcal{N}$.

Wenn bei einer Folge $(\mathbf{a_n})$ für jedes $\mathbf{n} \in \mathcal{N}$

gilt,	so heißt die Folge
$\mathbf{a_{n+1} \geq a_n}$	**monoton zunehmend**
$\mathbf{a_{n+1} > a_n}$	**streng monoton zunehmend**
$\mathbf{a_{n+1} \leq a_n}$	**monoton abnehmend**
$\mathbf{a_{n+1} < a_n}$	**streng monoton abnehmend**