

(030) Potenzen, Wurzeln, Logarithmen:

**Wie werden Potenzen
multipliziert bzw. dividiert?**

© PRISMA-Lernhilfe
Dr. Martin Spohn, Reutlingen 2004-2018.
Alle Rechte vorbehalten.
<http://www.prisma-lernhilfe.de>
2008-10-23

(139) Potenzen, Wurzeln, Logarithmen:

**Wie werden Wurzeln
multipliziert bzw. dividiert?**

© PRISMA-Lernhilfe
Dr. Martin Spohn, Reutlingen 2004-2018.
Alle Rechte vorbehalten.
<http://www.prisma-lernhilfe.de>
2009-01-29

(031) Potenzen, Wurzeln, Logarithmen:

**Wie werden Potenzen
potenziert bzw. radiziert?**

© PRISMA-Lernhilfe
Dr. Martin Spohn, Reutlingen 2004-2018.
Alle Rechte vorbehalten.
<http://www.prisma-lernhilfe.de>
2009-01-29

(034) Potenzen, Wurzeln, Logarithmen:

**Wie werden Produkte und Quotienten
potenziert bzw. radiziert?**

© PRISMA-Lernhilfe
Dr. Martin Spohn, Reutlingen 2004-2018.
Alle Rechte vorbehalten.
<http://www.prisma-lernhilfe.de>
2009-01-29

Man multipliziert Wurzeln mit gleichem Wurzelexponenten, indem man das Produkt der Radikanten bildet und den Wurzelexponenten lässt, z.B.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{3 \cdot 5} = \sqrt[3]{15}$$

Wurzeln mit gleichem Wurzelexponenten werden dividiert, indem man den Quotienten der Radikanten bildet und den Wurzelexponenten lässt, z.B.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3$$

Man potenziert ein Produkt, indem man jeden Faktor des Produktes potenziert und die erhaltenen Potenzen multipliziert, z.B.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n; (3 \cdot 5)^2 = 3^2 \cdot 5^2 = 9 \cdot 25 = 225$$

Man potenziert einen Quotienten (Bruch), indem man Dividend (Zähler) und Divisor (Nenner) potenziert und die Potenz des Dividenden durch die Potenz des Divisors dividiert, z.B.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; (a : b)^n = a^n : b^n;$$

$$(13 : 4)^2 = \left(\frac{13}{4}\right)^2 = 13^2 : 4^2 = \frac{169}{16}$$

Ein Produkt wird radiziert, indem man jeden Faktor radiziert und die erhaltenen Wurzeln multipliziert, z.B. $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Wurzeln mit gleichen Wurzelexponenten werden multipliziert, indem man die Wurzel aus dem Produkt der Radikanden zieht, z.B. $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \cdot b}$

Faktoren vor der Wurzel können mit dem Wurzelexponenten potenziert als Faktor unter die Wurzel gestellt werden, z.B. $a \cdot \sqrt[4]{b} = \sqrt[4]{a^4 b}$

Ein Bruch wird radiziert, indem man aus Zähler und Nenner die Wurzel zieht und die Wurzelwerte durcheinander dividiert. Umgekehrt kann man bei gleichen Wurzelexponenten dividieren, indem man die Wurzel aus dem Quotienten der Radikanden zieht, z.B. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

1. Potenzen mit gleicher Basis

Potenzen mit gleicher Grundzahl werden multipliziert, indem man die Grundzahl beibehält und die Hochzahlen addiert, z.B.

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}; 3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$$

Potenzen mit gleicher Grundzahl werden dividiert, indem man die Grundzahl beibehält und die Hochzahlen subtrahiert, z.B.

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}; a^5 : a^2 = a^{5-2} = a^3;$$

$$x^4 : x^6 = x^{4-6} = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$$

2. Potenzen mit gleichem Exponenten

Potenzen mit gleicher Hochzahl werden multipliziert, indem man die Grundzahlen multipliziert und die Hochzahl beibehält, z.B.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n; 3^3 \cdot 5^3 = (3 \cdot 5)^3 = 15^3$$

Potenzen mit gleicher Hochzahl werden dividiert, indem man die Grundzahlen dividiert und die Hochzahl beibehält, z.B.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n; \frac{12^2}{4^2} = \left(\frac{12}{4}\right)^2 = 3^2 = 9$$

Diese Gesetze gelten auch für gebrochene Hochzahlen, also auch für Wurzeln!

Man potenziert eine Potenz, indem man die Basis mit dem Produkt der Exponenten potenziert, z.B.

$$(a^p)^q = a^{p \cdot q}; (3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6$$

Eine Potenz wird radiziert, indem man zuerst die Potenz berechnet und dann aus dem Ergebnis die Wurzel zieht **oder** indem man zuerst die Wurzel aus der Basis zieht und das Ergebnis mit dem Exponenten der Basis potenziert, z.B.

$$\sqrt[n]{a^x} = (\sqrt[n]{a})^x$$

Wenn man den Potenzexponenten und den Wurzelexponenten durch die gleiche Zahl teilt bzw. mit der gleichen Zahl multipliziert, so ändert sich am Wert der Wurzel nichts (deshalb muss $a \geq 0$ sein!):

$$\sqrt[bn]{a^{bx}} = \sqrt[n]{a^x}$$

Teilt man den Potenzexponenten durch den Wurzelexponenten selbst, so ergibt sich ein gebrochener Exponent: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Das Potenzieren einer Zahl mit einem Bruch bedeutet also: Die Zahl ist mit dem Zähler des Bruches zu potenzieren und mit dem Nenner des Bruches zu radizieren.