Überblick über die Lösungswege bei linearen und quadratischen Gleichungen (333)

linear

$\mathbf{mx + c = 0}$

mc-Formel

$\mathbf{x = -\frac{c}{m}}$

Lösen einer Bruchgleichung

1. Faktorisiere (falls nötig) jeden Nenner mittels Ausklammern oder Anwendung einer binomischen Formel
2. Bestimme die Definitionsmenge $\mathbb{D}$ indem Du **jeden Nenner = 0** setzt
3. Ermittle den Hauptnenner: jeder Faktor muss mit seinem häufigsten Vorkommen **in einem Nenner** vertreten sein
4. Multipliziere mit dem Hauptnenner durch
5. Fasse die Terme auf jeder Seite zusammen
6. Löse die entstandene **lineare** oder **quadratische Gleichung**
7. Prüfe, ob die Lösung zu $\mathbb{D}$ gehört
8. Gib die Lösungsmenge $\mathbb{L}$ an

Lösen einer Wurzelgleichung

1. **Isoliere** eine Wurzel
2. **Quadriere** beide Seiten (bei Summen die binomischen Formeln beachten!)
3. Wiederhole die letzten beiden Schritte bis alle Wurzeln verschwunden sind
4. Fasse die Terme auf jeder Seite zusammen
5. Löse die entstandene **lineare** oder **quadratische Gleichung**
6. Mache die **Probe** durch Einsetzen in die Ausgangsgleichung
7. Gib die Lösungsmenge $\mathbb{L}$ an

quadratisch

$\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$

$: \mathbf{a}$ (mit $\frac{b}{a} = p$; $\frac{c}{a} = q$)

$\mathbf{x^2 + px + q = 0}$

pq-Formel

$\mathbf{x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}}$

abc-Formel oder **Mitternachts-Formel**

$\mathbf{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$

mit $\mathbf{p = \frac{b}{a}}$; $\mathbf{q = \frac{c}{a}}$

Herleitung der pq-Formel durch quadratische Ergänzung

$$
\begin{aligned}
x^2 + px + q &= 0 && | -q \\
x^2 + px &= -q && | +(\tfrac{p}{2})^2 \\
x^2 + px + (\tfrac{p}{2})^2 &= (\tfrac{p}{2})^2 - q \\
(x + \tfrac{p}{2})^2 &= (\tfrac{p}{2})^2 - q && | \sqrt{} \\
x + \tfrac{p}{2} &= \pm\sqrt{(\tfrac{p}{2})^2 - q} && | -\tfrac{p}{2} \\
x_{1,2} &= -\tfrac{p}{2} \pm \sqrt{(\tfrac{p}{2})^2 - q}
\end{aligned}
$$