

Überblick über die Ab- und Aufleitungsregeln (387)

Ableitungsregeln:

1. Potenzregel	$f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
2. Faktorregel	$f(x) = a \cdot g(x)$	$f'(x) = a \cdot g'(x)$
3. Summenregel	$f(x) = g(x) + h(x)$	$f'(x) = g'(x) + h'(x)$
4. e-Regel	$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
allgemein:	$f(x) = a^x$	$f'(x) = \ln(a) \cdot a^x$
5. ln-Regel	$f(x) = \ln(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
6. trigonometrische Regeln	$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$
	$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$
7. Produktregel	$f(x) = u(x) \cdot v(x)$	$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$
8. Quotientenregel	$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$	$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v(x)^2}$
9. Kettenregel	$f(x) = a(i(x))$	$f'(x) = a'(i(x)) \cdot i'(x)$

Beispiele:

zur 1. Regel:	$f(x) = x^7$	$f'(x) = 7x^6$
zur 1. Regel:	$f(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$	$f'(x) = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$
zur 1. Regel:	$f(x) = \frac{1}{5x^2} = \frac{1}{5}x^{-2}$	$f'(x) = -\frac{2}{5}x^{-3} = -\frac{2}{5x^3}$
zur 1. Regel:	$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
zur 1. Regel:	$f(x) = \frac{1}{3\sqrt{x}} = \frac{1}{3}x^{-\frac{1}{2}}$	$f'(x) = -\frac{1}{6}x^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{6\sqrt{x^3}}$
zur 1. und 2. Regel:	$f(x) = 2x^7$	$f'(x) = 2 \cdot 7x^6 = 14x^6$
zur 1., 2. und 3. Regel:	$f(x) = \frac{2x^4 - 0,5x^3 + 8x - 5}{2x^3 - 0,5x^{\frac{3}{2}} + 8 - 5x^{-1}}$	$f'(x) = 6x^2 - x + \frac{5}{x^2}$
zur 2. und 4. Regel:	$f(x) = \frac{3}{5}e^x$	$f'(x) = \frac{3}{5}e^x$
zur 2. und 5. Regel:	$f(x) = \frac{2}{3}\ln(x)$	$f'(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x} = \frac{2}{3x}$
zur 2. und 6. Regel:	$f(x) = -\cos(x)$	$f'(x) = -1 \cdot (-\sin(x)) = \sin(x)$
zur 4., 6. und 7. Regel:	$f(x) = e^x \cdot \sin(x)$	$f'(x) = e^x \cdot \sin(x) + e^x \cdot \cos(x)$
zur 6. und 8. Regel:	$f(x) = \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$	$f'(x) = \frac{\cos(x) \cdot \cos(x) - \sin(x) \cdot (-\sin(x))}{(\cos(x))^2} = \frac{1}{(\cos(x))^2}$
zur 1., 2., 4. und 9. Regel:	$f(x) = e^{3x}$	$f'(x) = 3e^{3x}$
zur 1., 2., 4. und 9. Regel:	$f(x) = 5e^{(x^2)}$	$f'(x) = 10xe^{(x^2)}$
zur 1., 2., 3. und 9. Regel:	$f(x) = 3(x^2 - 5x - 1)^5$	$f'(x) = 15 \cdot (x^2 - 5x - 1)^4 \cdot (2x - 5)$
zur 1., 2., 3., 5. und 9. Regel:	$f(x) = \frac{2}{3}\ln(1 - 3x)$	$f'(x) = \frac{2}{3} \cdot (-3) \cdot \frac{1}{1-3x} = -\frac{2}{1-3x}$
zur 1., 6. und 9. Regel:	$f(x) = (\cos(x))^3$	$f'(x) = 3(\cos(x))^2 \cdot (-\sin(x))$ $= -3(\cos(x))^2 \sin(x)$
zur 1., 2., 3., 6. und 9. Regel:	$f(x) = 3\sin(2(x - \frac{\pi}{2}))$	$f'(x) = 6\cos(2(x - \frac{\pi}{2}))$
zur 1., 2., 5., 7., und 9. Regel:	$f(x) = x^2 \ln(2x)$	$f'(x) = 2x \cdot \ln(2x) + x^2 \cdot \frac{2}{2x}$ $= 2x \ln(2x) + x = x(2\ln(2x) + 1)$ $= x(2\ln(2x) + \ln(e)) = 2x \ln(2ex)$
zur 1., 2., 4., 6., 7. und 9. Regel:	$f(x) = e^{3x} \cos(\pi x)$	$f'(x) = 3e^{3x} \cdot \cos(\pi x) + e^{3x} \cdot (-\pi \sin(\pi x))$ $= e^{3x}(3\cos(\pi x) - \pi \sin(\pi x))$

Aufleitungsregeln:

1. "umgekehrte" Potenzregel	$f(x) = x^n$	$F(x) = \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1} + c = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
	Ausnahme $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$	$F(x) = \ln x + c$
2. Faktorregel	$f(x) = a \cdot g(x)$	$F(x) = a \cdot G(x) + c$
3. Summenregel	$f(x) = g(x) + h(x)$	$F(x) = G(x) + H(x) + c$
4. e-Regel	$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x + c$
5. trigonometrische Regeln	$f(x) = \sin(x)$	$F(x) = -\cos(x) + c$
	$f(x) = \cos(x)$	$F(x) = \sin(x) + c$
6. Integration durch lineare Substitution (= Integration bei linearer Verkettung)	$f(x) = g(mx + b)$	$F(x) = \frac{1}{m} \cdot G(mx + b) + c$

Beispiele:

zur 1. Regel:	$f(x) = x^3$	$F(x) = \frac{1}{4}x^4 + c = \frac{x^4}{4} + c$
zur 1. Regel:	$f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$	$F(x) = \frac{1}{-1}x^{-1} + c = -\frac{1}{x} + c$
zur 1. Regel:	$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$	$F(x) = \frac{1}{4}x^{\frac{4}{3}} + c = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + c = \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + c$
zur 1. und 2. Regel:	$f(x) = \frac{1}{5x^3} = \frac{1}{5}x^{-3}$	$F(x) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{-2} \cdot x^{-2} + c = -\frac{1}{10x^2} + c$
zur 1. und 2. Regel:	$f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x}} = \frac{3}{\sqrt{2}}x^{-\frac{1}{2}}$	$F(x) = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} + c = 3\sqrt{2x} + c$
zur 1., 2. und 3. Regel:	$f(x) = \frac{3}{x} + \frac{2}{x^{0,99}}$ $= 3x^{-1} + 2x^{-0,99}$	$F(x) = 3\ln x + 2 \cdot \frac{1}{0,01}x^{0,01} + c$ $= 3\ln x + 200x^{0,01} + c$
zur 2. und 4. Regel:	$f(x) = 7e^x$	$F(x) = 7e^x + c$
zur 2. und 5. Regel:	$f(x) = 3\sin(x)$	$F(x) = 3 \cdot (-\cos(x)) + c = -3\cos(x) + c$
zur 1. und 6. Regel:	$f(x) = (3x - 2)^4$	$F(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot (3x - 2)^5 + c = \frac{1}{15}(3x - 2)^5 + c$
zur 1., 2. und 6. Regel:	$f(x) = 30\left(\frac{1}{3}x + 7\right)^5$	$F(x) = 30 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} \cdot (10x + 7)^6 + c$ $= 15(10x + 7)^6 + c$
zur 2., 4. und 6. Regel:	$f(x) = 4e^{5-2x}$	$F(x) = 4 \cdot \frac{1}{-2} \cdot e^{5-2x} + c = -2e^{5-2x} + c$
zur 2., 4. und 6. Regel:	$f(x) = 2e^{\frac{1}{7}x+3}$	$F(x) = 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{7}} \cdot e^{\frac{1}{7}x+3} + c = 14e^{\frac{1}{7}x+3} + c$
zur 2., 5. und 6. Regel:	$f(x) = 3\pi\sin(-\pi x)$	$F(x) = 3\pi \cdot \frac{1}{-\pi} \cdot (-\cos(-\pi x)) + c$ $= 3\cos(-\pi x) + c$