

## Antwort zur Frage 198:

Wie kann beschränktes Wachstum exponentiell beschrieben werden?

---

- Das eigentliche exponentielle Wachstumsgesetz mit  $0 < \mathbf{q} < 1$  lautet  $\mathbf{B}(t) = \mathbf{B}(0) \cdot \mathbf{q}^t$ . Dabei nähert sich  $\mathbf{B}(t)$  für  $t \rightarrow \infty$  immer mehr der  $x$ -Achse, d.h.  $\mathbf{B}(t)$  geht gegen  $0$ .
- Um Wachstumsgesetze mit anderen Grenzen außer  $\mathbf{B}(t)$  gegen  $0$  beschreiben zu können, wird folgende Formel eingeführt:

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{S} - \mathbf{M}(0) \cdot \mathbf{q}^t.$$

Dabei geht der Term  $\mathbf{M}(0) \cdot \mathbf{q}^t$  für  $0 < \mathbf{q} < 1$  und  $t \rightarrow \infty$  gegen  $0$  und damit  $\mathbf{B}(t)$  gegen  $\mathbf{S}$ . Somit lautet die explizite Formel für beschränktes Wachstum:

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{S} - \mathbf{M}(0) \cdot \mathbf{q}^t \text{ mit } 0 < \mathbf{q} < 1$$

- Die rekursive Formel lautet:

$$\mathbf{B}(t + 1) = \mathbf{B}(t) + \mathbf{k}(\mathbf{S} - \mathbf{B}(t))$$

- Durch Vergleich der expliziten mit der rekursiven Wachstumsformel erkennt man, dass hier gilt:

$$\mathbf{q} = 1 - \mathbf{k} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{q} = 1 - \frac{\mathbf{k}}{100} \quad (\mathbf{k} \text{ in } \%)$$

Außerdem gilt:  $\mathbf{S} = \mathbf{B}(0) + \mathbf{M}(0)$