

Antwort zur Frage 246:

Wann hat eine Folge einen Grenzwert?

Eine Zahl $g \in \mathcal{R}$ heißt **Grenzwert der Zahlenfolge** (a_n) , wenn es zu jedem $\varepsilon > 0$ eine Zahl $n_0 \in \mathcal{N}$ gibt mit der Eigenschaft, dass $|a_n - g| < \varepsilon$ ist für alle $n \geq n_0$.

Man schreibt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = g$$

und sagt:

Die Folge a_n ist **konvergent mit Grenzwert** g .

Folgen, die **einen** Grenzwert besitzen, nennt man **konvergent**.

Folgen ohne Grenzwert nennt man **divergent**.

Eine hinreichende Bedingung für die Konvergenz einer Folge lautet:

Wenn eine Folge **monoton und beschränkt** ist, dann ist die Folge **konvergent**.

Folgen mit Grenzwert **0** heißen **Nullfolgen**.

Die Aussage, dass die Folge (a_n) den Grenzwert g hat, ist gleichbedeutend mit der Aussage, dass die Folge $|a_n - g|$ eine Nullfolge ist. Dies wird beim Nachweis der Konvergenz oder Divergenz einer Folge häufig ausgenutzt.