Übersicht über alle Abstandsberechnungen bei Vektor-Objekten (384)

	Punkt	Gerade	Ebene
Punkt	Der Abstand von 2 Punkten **P** und **Q** (= der Betrag des Vektors $\vec{PQ}$) wird über den dreidimensionalen Satz von Pythagoras berechnet: $\lvert\vec{PQ}\rvert = \sqrt{(x_{1Q}-x_{1P})^2+(x_{2Q}-x_{2P})^2+(x_{3Q}-x_{3P})^2}$	Bestimme zum Punkt **P** den Lotfußpunkt **L** (als Laufpunkt L_t geschrieben) auf der Geraden **g** mit einer der 3 Methoden: **1.** Orthogonalität von $\vec{PL_t}$ zum Richtungsvektor von **g**. **2.** Schnitt der Geraden **g** mit der Hilfsebene **H**. Der Stützvektor von **H** ist $\vec{OP}$ und der Normalenvektor ist der Richtungsvektor von **g**. **3.** Extremwertbestimmung von $\lvert\vec{PL_t}\rvert$ mit dem GTR. Berechne bei den ersten beiden Verfahren noch $\lvert\vec{PL}\rvert$.	**1.** Methode: Bestimme zum Punkt **P** den Lotfußpunkt **L** auf der Ebene **E** durch Schnitt der Hilfsgeraden durch **P** mit Richtungsvektor = Normalenvektor von **E** mit der Ebene **E**. Berechne $\lvert\vec{PL}\rvert$. **2.** Methode: Hesse'sche Abstandsformel: Abstand Punkt $R(r_1\lvert r_2\lvert r_3)$ zur Ebene **E**: $d(R;E) = \lvert(\vec{r}-\vec{p})\cdot\vec{n_0}\rvert$ bzw. $d(R;E) = \frac{\lvert n_1r_1+n_2r_2+n_3r_3-b\rvert}{\sqrt{n_1^2+n_2^2+n_3^2}}$
Gerade		**A: g‖h** Bestimme den Abstand eines beliebigen Punktes von **g** (z.B. des Stützvektors) zur Geraden **h** nach der Methode "Abstand Punkt-Gerade". **B: g und h sind windschief** **1.** Erstelle die Laufpunkte G_s und H_t. Die zwei Skalarprodukte des Abstandsvektors $\vec{G_sH_t}$ mit den jeweiligen Richtungsvektoren ergeben ein LGS. Einsetzen der Lösungen **s** und **t** in die Laufpunkte G_s und H_t ergeben die Punkte mit dem geringsten Abstand. Berechne $\lvert\vec{G_sH_t}\rvert$.	**g‖E** Bestimme den Abstand eines beliebigen Punktes von **g** (z.B. des Stützvektors) zur Ebene **E** mit Hilfe der Hesse-Methode "Abstand Punkt-Ebene".
		2. Ergänze **h** mit dem Richtungsvektor von **g** zur Ebenengleichung **E**. Bestimme den Abstand eines beliebigen Punktes von **g** (z.B. des Stützvektors) zu **E** nach der Hesse-Methode "Abstand Punkt-Ebene". Daraus ergibt sich: Der Abstand zweier windschiefer Geraden ist der Betrag des Skalarprodukts aus der Differenz der Stützvektoren und dem Einheitsnormalenvektor der Richtungsvektoren: $d(g;h) = \left\lvert(\vec{q}-\vec{p})\cdot\frac{\vec{u}\times\vec{v}}{\lvert\vec{u}\times\vec{v}\rvert}\right\rvert$ mit $\vec{u}\times\vec{v}=\vec{n}$ bzw. $\frac{\vec{u}\times\vec{v}}{\lvert\vec{u}\times\vec{v}\rvert}=\vec{n_0}$	
Ebene	Mit der Hesse-Methode zur Bestimmung von Abständen erhält man nur den Abstand, aber nicht den Lotfußpunkt beim Abstand Punkt-Ebene und nicht die Punkte mit dem geringsten Abstand bei windschiefen Geraden!		**E_1‖E_2** Bestimme den Abstand eines beliebigen Punktes von E_1 (z.B. eines Spurpunktes oder des Stützvektors) zur Ebene E_2 mit Hilfe der Hesse-Methode "Abstand Punkt-Ebene".