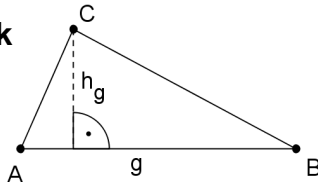

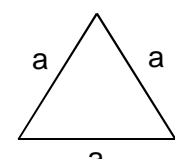
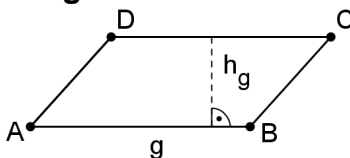
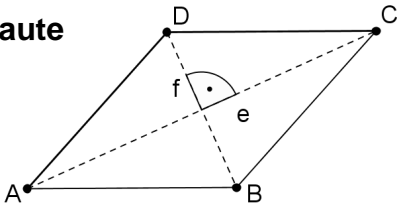
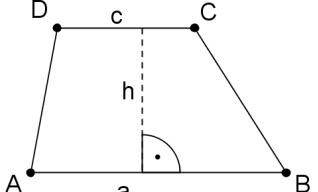
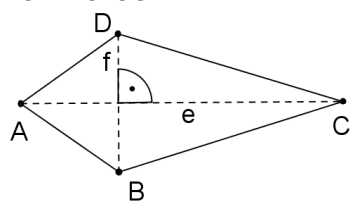
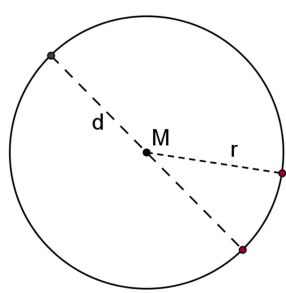
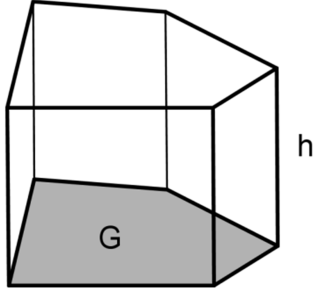
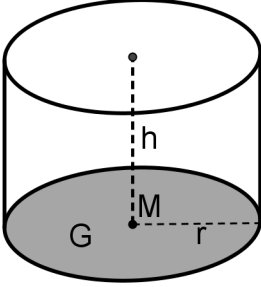
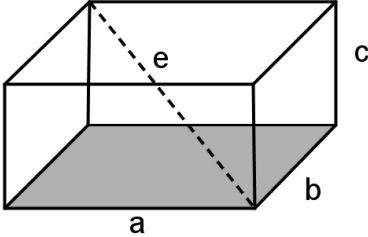
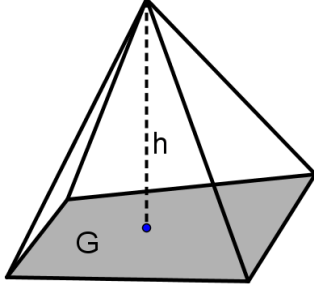
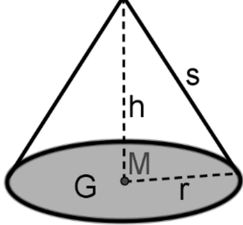
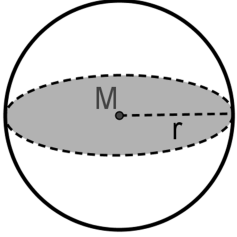


Ebene Figuren

<p>Dreieck</p> 		<p>Flächeninhalt: $A = \frac{1}{2} g \cdot h_g$</p>
<p>gleichschenkliges Dreieck</p> 	<p>Mindestens zwei Seiten sind gleich lang.</p>	
<p>gleichseitiges Dreieck</p> 	<p>Alle drei Seiten sind gleich lang.</p>	<p>Flächeninhalt: $A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$</p>
<p>Parallelogramm</p> 	<p>Gegenüberliegende Seiten sind jeweils parallel.</p>	<p>Flächeninhalt: $A = g \cdot h_g$</p>
<p>Raute</p> 	<p>Alle vier Seiten sind gleich lang.</p>	<p>Flächeninhalt: $A = \frac{1}{2} e \cdot f$</p>
<p>Trapez</p> 	<p>Mindestens zwei gegenüberliegende Seiten sind parallel.</p>	<p>Flächeninhalt: $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$</p>
<p>Drachenviereck</p> 	<p>Mindestens eine Diagonale ist Symmetrieachse.</p>	<p>Flächeninhalt: $A = \frac{1}{2} e \cdot f$</p>
<p>Kreis</p> 		<p>Umfang: $u = 2\pi \cdot r = \pi \cdot d$ Flächeninhalt: $A = \pi \cdot r^2$</p>

Körperberechnungen

<p>Prisma</p> 	<p>Volumen: $V = G \cdot h$</p>
<p>Zylinder</p> 	<p>Volumen: $V = G \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$ Flächeninhalt der Mantelfläche: $M = 2\pi \cdot r \cdot h$</p>
<p>Quader</p> 	<p>Volumen: $V = a \cdot b \cdot c$ Länge der Raumdiagonalen: $e = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$</p>
<p>Pyramide</p> 	<p>Volumen: $V = \frac{1}{3} G \cdot h$</p>
<p>Kegel</p> 	<p>Volumen: $V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$ Flächeninhalt der Mantelfläche: $M = \pi \cdot r \cdot s$</p>
<p>Kugel</p> 	<p>Volumen: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$ Oberflächeninhalt: $O = 4\pi \cdot r^2$</p>

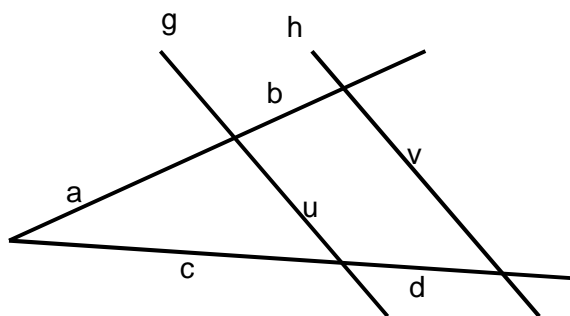
Elementargeometrie

Strahlensätze

Falls $g \parallel h$, gilt:

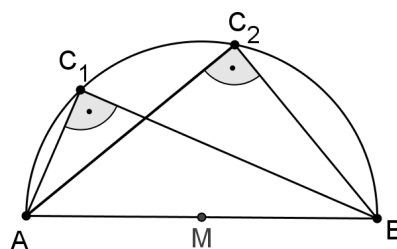
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \quad \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$

$$\frac{a+b}{a} = \frac{v}{u}$$



Winkelsummensatz Die Summe der Innenwinkel im Dreieck beträgt 180° .

Satz des Thales Liegt C auf dem Halbkreis über AB, so ist der Winkel bei C ein rechter Winkel.

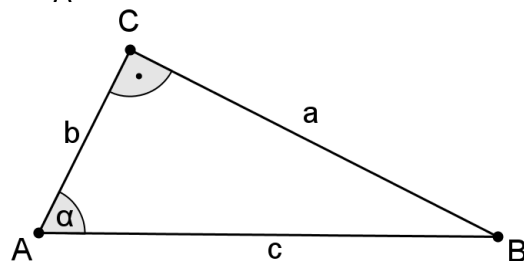


Rechtwinkliges Dreieck

Satz des Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$

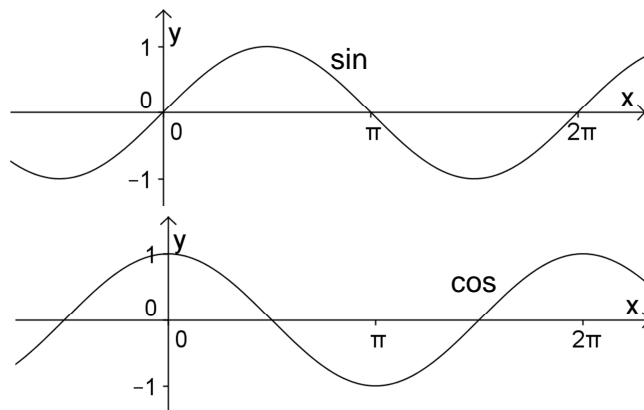
Trigonometrie $\sin \alpha = \frac{a}{c}$, $\cos \alpha = \frac{b}{c}$, $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad (\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$$



Winkelfunktionen

Gradmaß α	0°	30°	45°	60°	90°
Bogenmaß x	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0



Potenzen und Logarithmen

Potenzen

$$x^0 = 1$$

$$x^{-a} = \frac{1}{x^a}$$

$$\frac{1}{x^n} = \sqrt[n]{x}$$

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$$

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

$$(x^a)^b = x^{ab}$$

$$x^a \cdot y^a = (xy)^a$$

$$\frac{x^a}{y^a} = \left(\frac{x}{y}\right)^a$$

Logarithmen

$$\log_a(b) = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$$

$$\log_a(1) = 0$$

$$\log_a(b^x) = x \cdot \log_a(b)$$

$$\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a(b)$$

Terme und Gleichungen

Binomische Formeln $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Quadratische Gleichung $x^2 + px + q = 0$ $x_{1;2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$ax^2 + bx + c = 0$ $x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Potenzgleichungen $x^n = a \quad (a > 0)$ falls n gerade: $x_{1;2} = \pm \sqrt[n]{a}$

falls n ungerade: $x = \sqrt[n]{a}$

$x^n = a \quad (a < 0)$ falls n ungerade: $x = -\sqrt[n]{-a}$

Exponentialgleichungen $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a(b) \quad (a, b > 0)$

Geraden in der Ebene

Hauptform $y = mx + c$

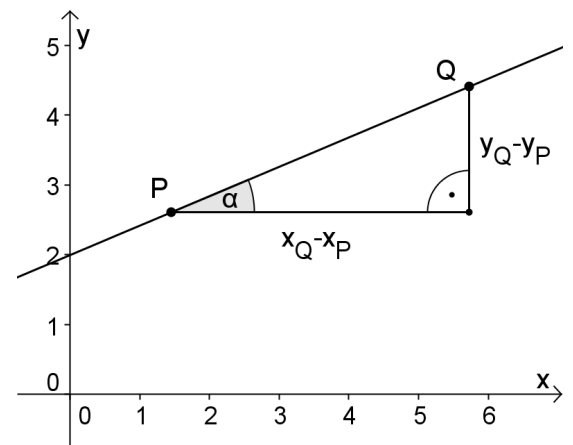
Steigung $m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$

Punktsteigungsform $y = m \cdot (x - x_Q) + y_Q$

Parallele zur y-Achse $x = u$

Steigungswinkel α $m = \tan \alpha$

Orthogonalität $m_g \cdot m_h = -1 \Rightarrow g \perp h$



Ableitungen

Ableitungsregel	f(x)	f'(x)
Summenregel	$g(x) + h(x)$	$g'(x) + h'(x)$
Faktorregel	$c \cdot g(x)$	$c \cdot g'(x)$
Potenzregel	x^r	$r \cdot x^{r-1}$
Produktregel	$u(x) \cdot v(x)$	$u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$
Kettenregel	$u(v(x))$	$u'(v(x)) \cdot v'(x)$

Spezielle Ableitungen

$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(e^x)' = e^x$

Untersuchung von Funktionen und Graphen

Symmetrie Achsensymmetrie zur y-Achse $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$ für alle x
 Punktsymmetrie zum Ursprung $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$ für alle x

Spiegelung an der x-Achse: $y = -f(x)$
 an der y-Achse: $y = f(-x)$

Verschiebung um c in x-Richtung: $y = f(x - c)$
 um d in y-Richtung: $y = f(x) + d$

Streckung mit Faktor $\frac{1}{b}$ in x-Richtung: $y = f(b \cdot x)$
 mit Faktor a in y-Richtung: $y = a \cdot f(x)$

Monotonie $f'(x) > 0$ für alle $x \in I \Rightarrow f$ streng monoton wachsend auf I
 $f'(x) < 0$ für alle $x \in I \Rightarrow f$ streng monoton fallend auf I

Hochpunkt $f'(x_0) = 0$ und Vorzeichenwechsel "+ nach -" von f' bei x_0
 oder $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) < 0$

Tiefpunkt $f'(x_0) = 0$ und Vorzeichenwechsel "- nach +" von f' bei x_0
 oder $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) > 0$

Wendepunkt $f''(x_0) = 0$ und Vorzeichenwechsel von f'' bei x_0
 oder $f''(x_0) = 0$ und $f'''(x_0) \neq 0$

Tangente Steigung $m_t = f'(u)$ $y = f'(u)(x - u) + f(u)$

Normale Steigung $m_n = \frac{-1}{f'(u)}$ $y = \frac{-1}{f'(u)}(x - u) + f(u)$

allgemeine Sinusfunktion

$f(x) = a \cdot \sin(b(x - c)) + d$ (Amplitude $|a|$, Periode $\frac{2\pi}{b}$)

Integralrechnung

Integralfunktion $I_a(x) = \int_a^x f(u) du$

Hauptsatz $I_a'(x) = f(x)$

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Bestandsfunktion $F(t) = F(t_0) + \int_{t_0}^t f(x) dx$

Mittelwert $m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$

Volumen eines Rotationskörpers $V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 dx$

Stammfunktionen

Regel	Funktion	Stammfunktion
Summenregel	$f(x) + g(x)$	$F(x) + G(x)$
Faktorregel	$k \cdot f(x)$	$k \cdot F(x)$
Lineare Verkettung	$f(ax+b)$	$\frac{1}{a} \cdot F(ax+b)$
Spezialfälle	$x^r \quad (r \neq -1)$	$\frac{1}{r+1} \cdot x^{r+1}$
	$\frac{1}{x} \quad (x > 0)$	$\ln(x)$
	$\sin x$	$-\cos x$
	$\cos x$	$\sin x$
	e^x	e^x

Wachstumsfunktionen

	Differenzialgleichung	Funktionsterm
linear	$f'(t) = k$	$f(t) = k \cdot t + c$
exponentiell	$f'(t) = k \cdot f(t)$	$f(t) = a \cdot e^{k \cdot t}$
beschränkt	$f'(t) = k \cdot (S - f(t))$	$f(t) = S - a \cdot e^{-k \cdot t}$

Analytische Geometrie

Mittelpunkt der Strecke AB

$$M \left(\frac{a_1 + b_1}{2} \mid \frac{a_2 + b_2}{2} \mid \frac{a_3 + b_3}{2} \right)$$

Betrag eines Vektors

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

Einheitsvektor

$$\vec{a}_0 = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a}$$

Skalarprodukt

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$$

Winkel zwischen zwei Vektoren

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Orthogonalität

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

Geradengleichung

$$g: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u}$$

Ebenengleichungen

Parameterform $E: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v}$

Normalenform $E: (\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n} = 0$

Koordinatenform $E: a x_1 + b x_2 + c x_3 = d$

Schnittwinkel

Gerade – Gerade

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|}$$

Gerade – Ebene

$$\sin \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$$

Ebene – Ebene

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$$

Abstandsberechnungen

Punkt – Punkt

$$d(A;B) = |\overline{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$$

Punkt – Ebene

HNF von E: $(\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n}_0 = 0$ bzw. $\frac{a x_1 + b x_2 + c x_3 - d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 0$

$$d(Q;E) = \left| (\vec{q} - \vec{p}) \cdot \vec{n}_0 \right| \quad \text{bzw.} \quad d(Q;E) = \left| \frac{a q_1 + b q_2 + c q_3 - d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right|$$

Windschiefe Geraden

$g: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} ; h: \vec{x} = \vec{q} + s \cdot \vec{v}$

$d(g;h) = \left| (\vec{q} - \vec{p}) \cdot \vec{n}_0 \right|$, wobei $\vec{n}_0 \perp \vec{u}$ und $\vec{n}_0 \perp \vec{v}$

Wahrscheinlichkeit

- Gegenereignis** $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- Additionssatz** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Spezieller Multiplikationssatz** $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ A,B unabhängig

Pfadregeln für Baumdiagramme

Die Wahrscheinlichkeiten längs eines Pfades werden multipliziert.
 Die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade werden addiert.

Erwartungswert einer Zufallsvariable X mit den Werten x_1, x_2, \dots, x_n :

$$E(X) = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \dots + x_n \cdot P(X = x_n)$$

Binomialverteilung:

Formel von Bernoulli $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

Erwartungswert $E(X) = n \cdot p$

Statistische Tests

Beim Testen einer Hypothese H_0 können folgende Fehler auftreten:

	H_0 ist wahr	H_0 ist falsch
H_0 wird verworfen	Fehler 1. Art	richtige Entscheidung
H_0 wird nicht verworfen	richtige Entscheidung	Fehler 2. Art

Als **Signifikanzniveau α** bezeichnet man den Wert, den die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art nicht überschreiten darf.

Einseitiger Signifikanztest

	Nullhypothese H_0	Gegenhypothese H_1	Ablehnungsbereich
linksseitiger Test	$p \geq p_0$	$p < p_0$	$\{0; 1; \dots; g\}$
rechtsseitiger Test	$p \leq p_0$	$p > p_0$	$\{g; g + 1; \dots; n\}$

Hinweis:

Die Merkhilfe stellt keine Formelsammlung im klassischen Sinn dar. Bezeichnungen werden nicht erklärt und Voraussetzungen für die Gültigkeit der Formeln in der Regel nicht dargestellt.